Compression d'Image par Inpainting

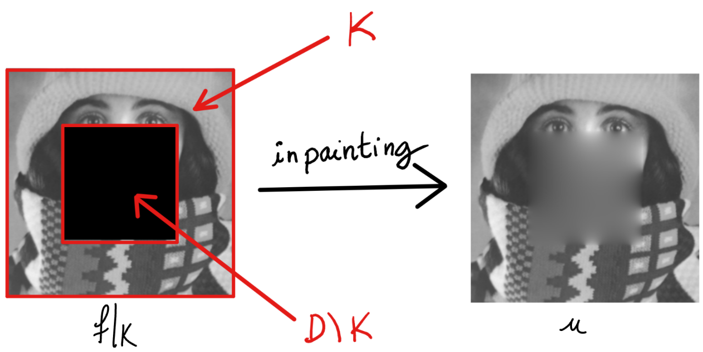
April 12, 2022

On modélise une image en niveaux de gris par une fonction $f : D \to [0,1]$ avec $D \subset \mathbb{R}^2$ ouvert borné.

1 Inpainting d'Image

Soit $K \subset D$ un ensemble. On supposera que l'image f n'est connue que sur K. Le but est de reconstruire la partie manquante de l'image $D \setminus K$ au moyen d'une équation aux dérivées partielles avec f comme condition de Dirichlet sur ∂K. C'est ce qu'on appelle l'*inpainting*. De plus, K est appelé le *masque* d'inpainting. Dans la suite, on considère le problème d'inpainting suivant :

$$\begin{cases} -\Delta u = 0, & \text{in } D \setminus K, \\ u = f, & \text{in } K, \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = 0, & \text{on } \partial D. \end{cases} \tag{1}$$



- Résoudre numériquement le problème d'inpainting avec la méthode des différences finies.

2 Compression

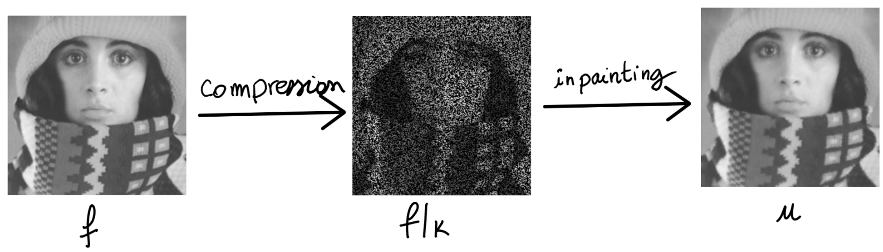
Dans le problème d'inpainting, le masque nous est imposé. Ici, on cherche à "oublier" des morceaux de l'image afin d'avoir moins de données à sauvegarder i.e. on la compresse [2]. Il s'agit de trouver un "bon" masque d'inpainting K. Afin de savoir si un masque est "bon" on utilise une estimation de la qualité de la reconstruction. Plus précisément, si on note u_K la solution de (1) on peut considérer les quantités (il en existe d'autre) :

$$\int_D |f - u_K| \, dx, \text{ (erreur } L^1\text{)},$$

ou

$$\left(\int_D (f - u_K)^2 \, dx \right)^{1/2}, \text{ (erreur } L^2\text{)}.$$

Le but est alors de chercher un $K \subsetneq D$ d'une "taille" imposée (strictement plus "petit" que D), qui minimise l'erreur entre l'image d'origine f et la reconstruction u_K.



Il existe différentes stratégies pour la construction de K.

- Implémenter la construction de K par Sparsification [1],
- Implémenter la construction de K par Densification [1],
- Implémenter la construction de K avec l'algorithme B-Tree rectangulaire [4],
- Comparer les masques/reconstructions obtenus par les 3 méthodes ci-dessus lorsque l'erreur est l'erreur L^2,
- Comparer les masques/reconstructions obtenus par les 3 méthodes ci-dessus lorsque l'erreur est l'erreur L^1.

3 Extension aux Image en Couleurs

Un image couleur [3] peut être modélisée par une fonction f de D dans $[0,1]^3$, $x \mapsto \big(f_{\mathrm{R}}(x), f_{\mathrm{G}}(x), f_{\mathrm{B}}(x)\big)^{\mathrm{T}}$, avec les fonctions f_{R}, f_{G} et f_{B} de D dans $[0,1]$, représentant le canal rouge, vert et bleu respectivement.

- Implémenter la compression d'image en couleur.

References

[1] R. D. Adam, P. Peter, and J. Weickert, *Denoising by Inpainting*, in Scale Space and Variational Methods in Computer Vision, F. Lauze, Y. Dong, and A. B. Dahl, eds., Lecture Notes in Computer Science, Cham, 2017, Springer International Publishing, pp. 121–132.

[2] I. Galić, J. Weickert, M. Welk, A. Bruhn, A. Belyaev, and H.-P. Seidel, *Towards PDE-Based Image Compression*, in Variational, Geometric, and Level Set Methods in Computer Vision, N. Paragios, O. Faugeras, T. Chan, and C. Schnörr, eds., Lecture Notes in Computer Science, Berlin, Heidelberg, 2005, Springer, pp. 37–48.

[3] P. Peter and J. Weickert, *Colour image compression with anisotropic diffusion*, 2014 IEEE International Conference on Image Processing, ICIP 2014, (2015), pp. 4822–4826.

[4] C. Schmaltz, J. Weickert, and A. Bruhn, *Beating the Quality of JPEG 2000 with Anisotropic Diffusion*, in Pattern Recognition, J. Denzler, G. Notni, and H. Süße, eds., Lecture Notes in Computer Science, Berlin, Heidelberg, 2009, Springer, pp. 452–461.